

**Aufgabe 1** (*Funktionen mit Nullrandwerten*)

Sei  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  ein beschränktes Gebiet. Zeigen Sie, dass  $C_c^\infty(\Omega)$  nicht dicht ist in  $W^{1,p}(\Omega)$ .

**Aufgabe 2** (*Beispiele zur Existenz schwacher Ableitungen*)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- (a) Die Funktion  $\chi_{\mathbb{R}^+}$  liegt nicht in  $W_{\text{loc}}^{1,1}(\mathbb{R})$ .
- (b) Die Funktion  $f(x) = |x|$  liegt in  $W_{\text{loc}}^{1,\infty}(\mathbb{R})$ , aber nicht in  $W_{\text{loc}}^{2,1}(\mathbb{R})$ .
- (c) Sei  $f \in L_{\text{loc}}^1(\mathbb{R})$  und  $\mu$  ein Radonmaß auf  $\mathbb{R}$ . Geben Sie eine Definition für den Begriff  $f' = \mu$  schwach und zeigen Sie  $\chi'_{\mathbb{R}^+} = \delta_0$  (Diracmaß).

*Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 12.12.2011 vor der Vorlesung.*